

Лекция №2

Метод контурных токов.

Метод узловых потенциалов.

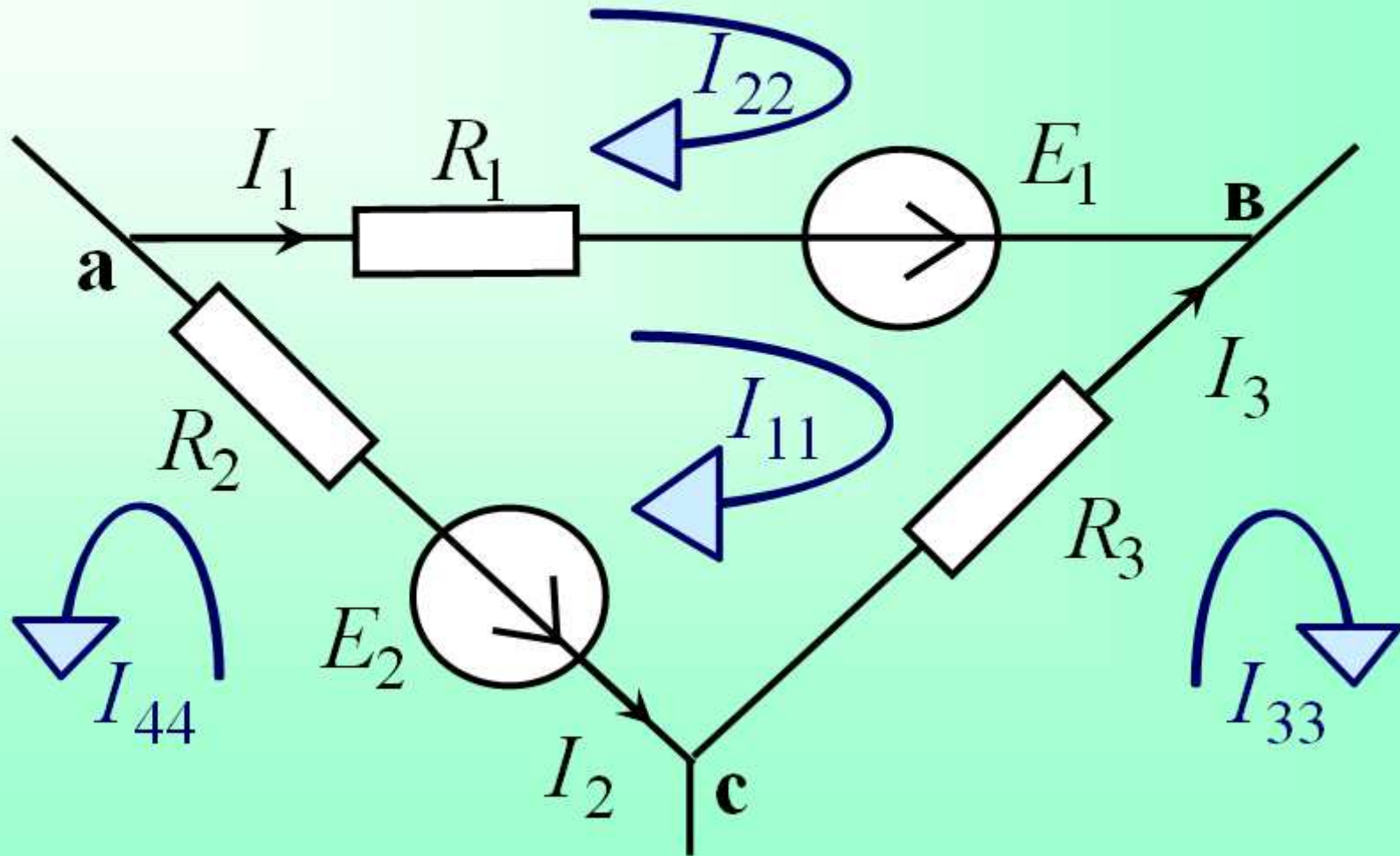
© 2014 Томский политехнический университет, кафедра ЭСиЭ

Лектор: к.т.н., доцент Васильева Ольга Владимировна

Метод КОНТУРНЫХ ТОКОВ

**В расчет вводятся
контурные токи – это фиктивные
токи, которые замыкаются
в независимых замкнутых контурах,
отличающихся друг от друга
наличием хотя бы одной новой
ветви.**

Например:



$$I_{11}, I_{22}, I_{33}, I_{44} -$$

контурные токи

$$I_1 = I_{11} - I_{22}$$

$$I_2 = -I_{11} - I_{44} -$$

$$I_3 = I_{33} - I_{11}$$

**ТОКИ ВЕТВЕЙ
контура**

По второму закону Кирхгофа:

$$(R_1 + R_2 + R_3)I_{11} - R_1I_{22} - \\ - R_3I_{33} + R_2I_{44} = E_1 - E_2$$

$$R_{\kappa\kappa} I_{\kappa\kappa} + \sum \pm R_{\kappa m} I_{mm} = E_{\kappa\kappa}$$

R_{kk} — суммарное сопротивление k -контура

I_{kk} — контурный ток k -контура

R_{kt} — общее сопротивление между k -контуром и t -контуром

I_{tt} — соседний контурный ток t -контура

E_{kk} — суммарная ЭДС k -контура

Контурный ток рассматриваемого контура умножается на сумму сопротивлений своего контура, причем перед этим произведением ставится знак “+” .

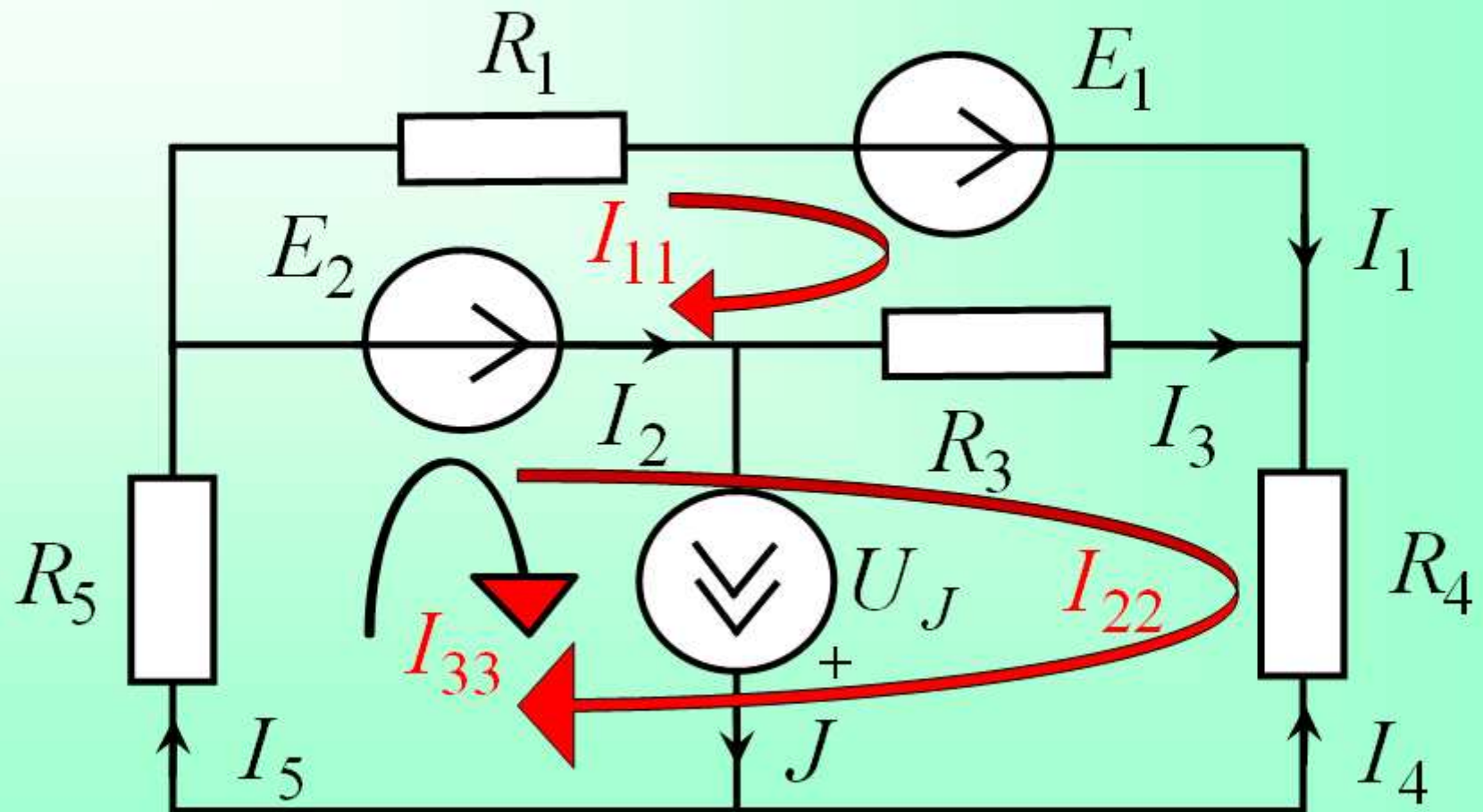
Соседний контурный ток умножается на общее сопротивление между соседним и рассматриваемым контурными токами, причем перед этим произведением ставится знак “+” если направления этих контурных токов в общем сопротивлении совпадают между собой и ставится знак “-” если направления их не совпадают.

В правой части уравнения записывается алгебраическая сумма ЭДС рассматриваемого контура, причем со знаком “+” берутся те ЭДС, направления которых совпадают с направлением рассматриваемого контурного тока.

**Для контура с источником тока
контурное уравнение не составляется,
так как контурный ток этого контура
известен и равен току источника
тока, причем через источник тока
должен проходить только
один контурный ток.**

Сколько независимых замкнутых контуров в схеме, столько и должно быть контурных токов.

Пример



$$I_{33} = J$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (R_1 + R_3)I_{11} - R_3I_{22} - 0 \cdot I_{33} = E_1 - E_2 \\ -R_3I_{11} + (R_5 + R_3 + R_4)I_{22} + R_5I_{33} = E_2 \end{array} \right.$$

$$I_1 = I_{11}$$

$$I_2 = I_{22} + I_{33} - I_{11}$$

$$I_3 = I_{22} - I_{11}$$

$$I_4 = -I_{22}$$

$$I_5 = I_{22} + I_{33}$$

$$U_J = R_4 I_4 - R_3 I_3$$

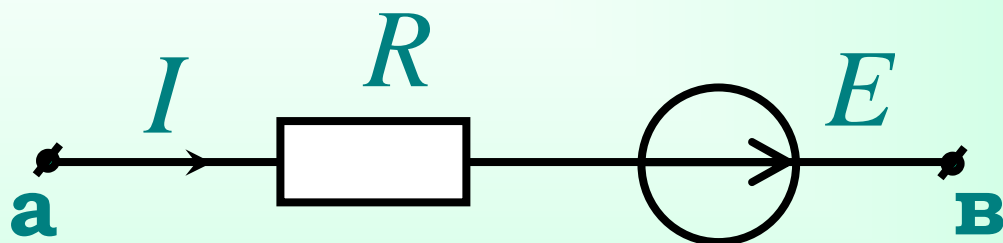
- по 2 закону Кирхгофа

**Таким образом, по методу
контурных токов
необходимо решить значительно
меньше уравнений по
сравнению с методом
законов Кирхгофа.**

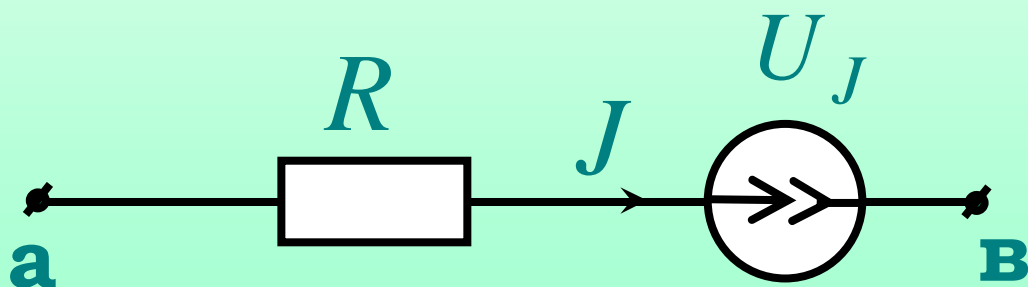
Метод

узловых потенциалов

Обобщенный закон Ома

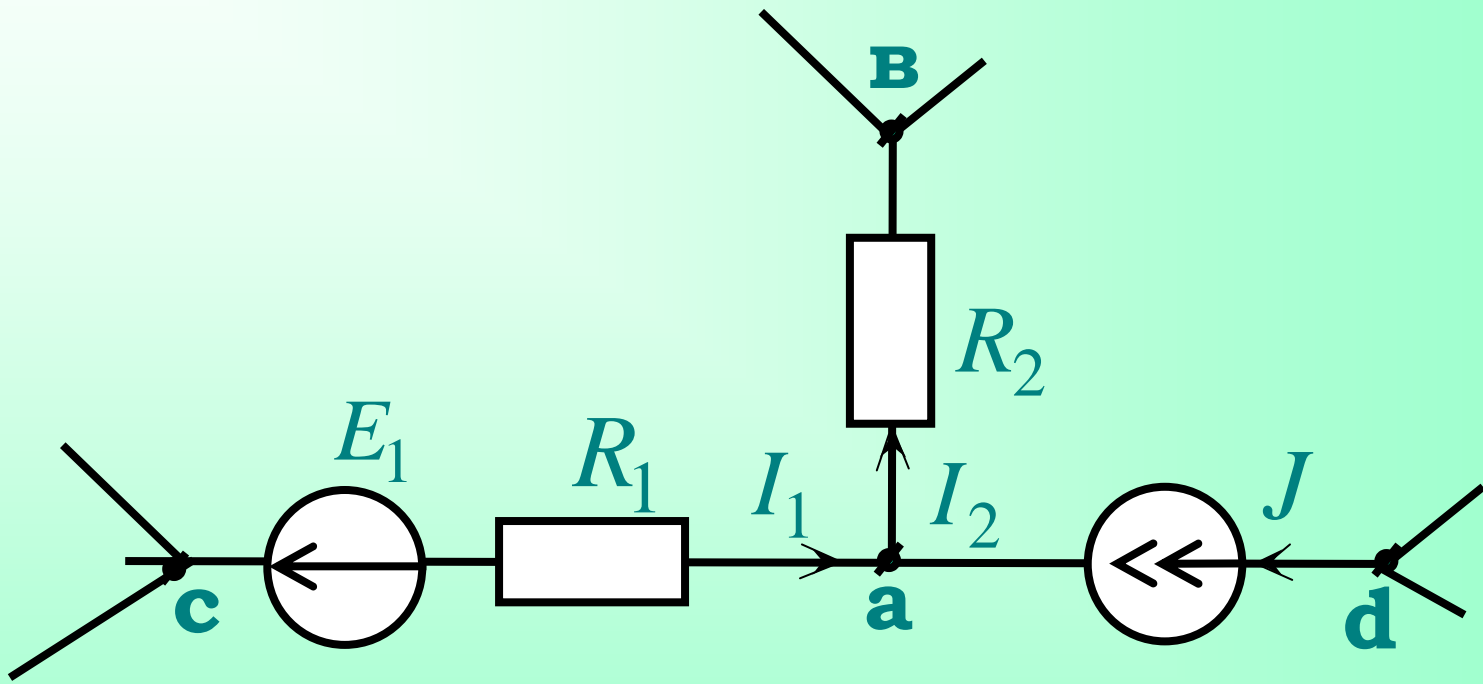


$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E}{R}$$



$$U_J = \varphi_b - \varphi_a + RJ$$

**Получим расчетное уравнение
метода узловых потенциалов
для узла “а” некоторой
схемы:**



По обобщенному закону Ома

$$I_1 = (\varphi_c - \varphi_a - E_1) \cdot g_1$$

$$I_2 = (\varphi_a - \varphi_e) \cdot g_2$$

где $g_1 = \frac{1}{R_1}$ $g_2 = \frac{1}{R_2}$

- проводимости ветвей

Для узла а:

$$(g_1 + g_2) \cdot \varphi_a - g_2 \varphi_b - g_1 \varphi_c = -E_1 g_1 + J$$

Т.е. в общем виде для к- узла:

$$g_{kk} \cdot \varphi_k - \sum g_{mk} \cdot \varphi_m = I_k^{(y)}$$

g_{kk} — **узловая проводимость**
к - узла;

φ_k — **потенциал к - узла;**

φ_m — **потенциал соседнего**
m - узла;

g_{mk} — проводимость ветви,
соединяющей k и m узлы;

$$I_k^{(y)} = \sum \pm E_q g_q + \sum \pm J_q$$

- узловой ток k - узла;

Таким образом, потенциал рассматриваемого к-узла умножается на сумму проводимостей ветвей подходящих к этому узлу, причем перед этим произведением всегда ставится знак “+” и проводимость ветви с источником тока равна нулю.

**Потенциал φ_m соседнего
m-узла умножается на проводимость
ветви, соединяющей
рассматриваемый k-узел с m-узлом,
причем перед этим произведением
всегда ставится знак “-”.**

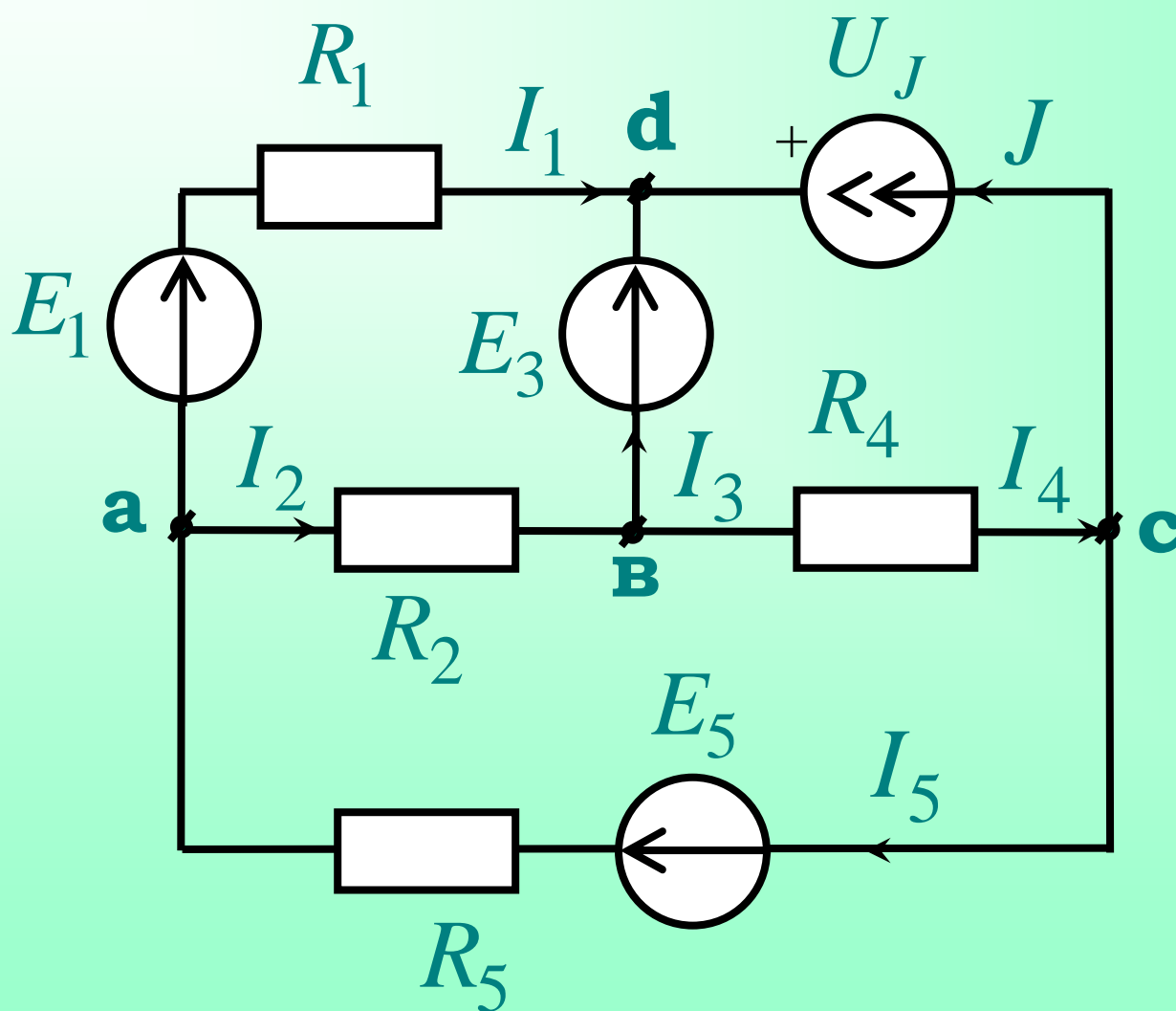
**В правой части уравнения
записывается узловой ток
рассматриваемого k -узла, равный
алгебраической сумме
подходящих к этому узлу токов
источников тока и произведений
подходящих к этому узлу
ЭДС на проводимости своих
ветвей.**

**В узловом токе со знаком “+”
берутся те слагаемые, у которых
источники тока и ЭДС
направлены в рассматриваемый
к-узел.**

Потенциал одного из узлов принимается равным нулю, причем за такой узел принимается узел, соединенный с корпусом или “землей”, или один из узлов, к которому подходит ветвь с нулевым сопротивлением и ЭДС (особая ветвь).

Таким образом, для схемы с n_y узлами по методу узловых потенциалов составляется система, содержащая не более $n_1 = n_y - 1$ уравнений, из решения которых определяются потенциалы узлов, а затем по обобщенному закону Ома рассчитываются токи и напряжения в ветвях схемы.

Пример



$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_e = 0 \qquad \varphi_d = E_3 \\ (g_1 + g_2 + g_5) \cdot \varphi_a - g_1 \varphi_d - g_5 \varphi_c = -E_1 g_1 + E_5 g_5 \\ -g_5 \varphi_a + (g_4 + g_5) \cdot \varphi_c = -E_5 g_5 - J \end{array} \right.$$

$$I_1 = (\varphi_a - \varphi_d + E_1) \cdot g_1$$

$$I_2 = (\varphi_a - \varphi_b) \cdot g_2$$

$$I_3 = -I_1 - J \quad U_J = \varphi_d - \varphi_c$$

$$I_4 = (\varphi_b - \varphi_c) \cdot g_4$$

$$I_5 = (\varphi_c - \varphi_a + E_5) \cdot g_5$$